

Переход к другой метрике

$$\mathbb{E} f = 0, \quad \mathbb{E} z = 0$$

$$\hat{f} = R z$$

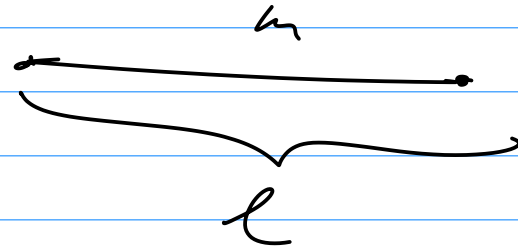
$$\mathbb{E} \| R z - f \|^2 \sim \min_R$$

$\| \cdot \|$

как она определена?
 Почему именно так?

f — линейный параметр исследуемого объекта.

$$f = \begin{pmatrix} m \\ l \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{— масса} \\ \text{— длина} \end{matrix}$$



$$\|f\|^2 = m^2 + l^2$$

квдр. / квадратичная метрика

евклидова метрика.

$$\|f\|^2 = \mathcal{L}_1 f_1^2 + \mathcal{L}_2 f_2^2 + \dots$$

коммент.

$$\|x\|^2 = x^T Q x \quad (x, y) = x^T \tilde{Q} y \quad \tilde{Q} = Q^T$$

Пусть Q —

м.оператор.

веса точек

$$\mathbb{E} \|R_i - f\|^2 \sim \min_R$$

расстояния точек

$$\mathbb{E} \|Q(R_i - f)\|^2 \sim \min_R$$

$$\|Qf\|^2 = (Qf, Qf) = (f, \underbrace{Q^* Q}_{Q} f)$$

$$\|Q \delta f\|^2 = \text{tr } Q \Sigma_{\delta f} Q^* \quad \delta f = R_3 - f$$

$$\Sigma_{\delta f} = R \Sigma_3 R^* - 2 \Sigma_{f_3} R^* + \Sigma_f$$

НОВАЯ форма имеет вид:

$$h_{\text{new}}(R) = \text{tr } Q (R \Sigma_3 R^* - 2 \Sigma_{f_3} R^* + \Sigma_f) Q^* \sim \min_R$$

$R + \delta R$

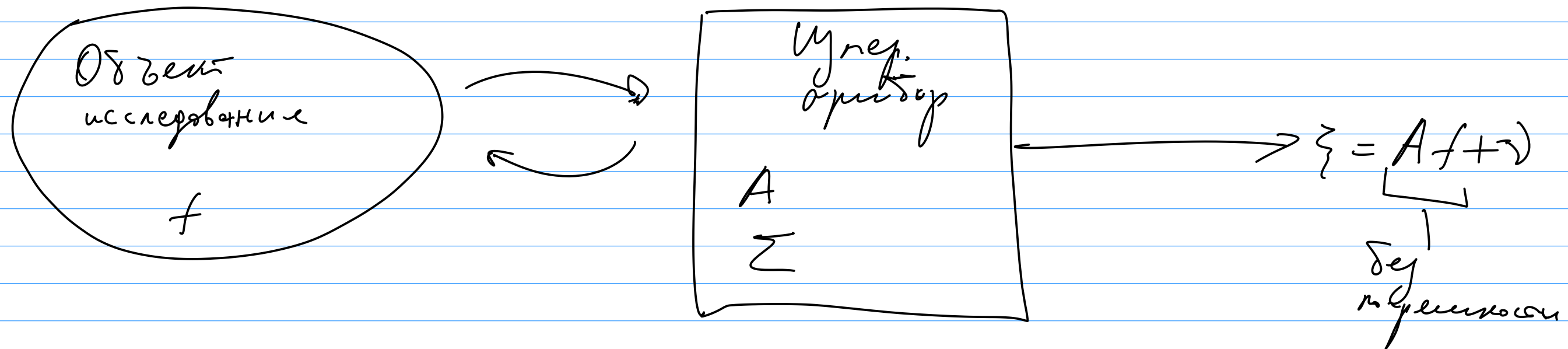
$$\delta h_{\text{new}}(R) = \text{tr } Q (R \Sigma_3 - \Sigma_{f_3}) \delta R^* Q^* = 0$$

Оценки, найденные ранее: $\hat{f} = \sum_{f_3} \Sigma_3^-$ соответствует $R \Sigma_3 - \Sigma_{f_3}$

«Старая» оценка
 $\hat{f} = \sum_{f_3} \Sigma_3^-$
 является решением
 «новой» задачи

↑↑

Редукция измерений в схеме $[A, f_0, F, \Sigma]$



A — оператор, который моделирует взаимодействие Об. и. и измерительного прибора.

$\gg$ моделирует случайную помеху измерений
 $\forall \eta = 0$, $\Sigma = \text{кв. (коррел.) оператор}$ η . η — случай. вектор.

f_0, F

Предполагается, что f — случайный вектор с мат. ок. $E f = f_0$ и
кварнццоннкн оа ер аорон F .

f_0, F выражают априорную информацию о f .

f_0 — априори ожидаемое значение f .

F характеризует априори ожидаемый разброс (отклонение)
 f относительно f_0 .

f — сугг. вектор.
ненаблюдаемый

z — сугг. вектор.
наблюдаемый

Нужно оценить f по z :

$$\hat{f} = f_0 + \int_{f_3}^0 \mathcal{N}_z^{-1} (z - z_0)$$

Чтобы использовать формулы выше, нужно выразить z_0 , $\int_{f_3}^0$ и $\mathcal{N}_z$ через A, f_0, F, Σ .

Схема измерения: $z = Af + v$

$$z_0 = \mathbb{E} z = \mathbb{E} (Af + v) = Af_0 + 0 = Af_0 \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \hat{f} = f_0 + \int_{f_3}^0 \mathcal{N}_z^{-1} (z - Af_0)$$

$$\begin{aligned}
 \kappa_f^0 X &= \mathbb{E} \left((f - f_0) (f - f_0, x) \right) = \mathbb{E} \left((A_{f+v} - A_{f_0}) (A_{f+v} - A_{f_0}, x) \right) = \\
 &= \mathbb{E} \left(\left(\underbrace{A(f-f_0)}_{\text{blue}} + \underbrace{v}_{\text{green}} \right) \left(\underbrace{A(f-f_0)}_{\text{red}} + \underbrace{v}_{\text{blue}} \right), x \right) = \\
 &= \mathbb{E} \left[\underbrace{A(f-f_0) (A(f-f_0), x)}_{\text{brown}} + \underbrace{A(f-f_0) (v, x)}_{\text{blue}} + \underbrace{v (A(f-f_0), x)}_{\text{red}} + \underbrace{v (v, x)}_{\text{green}} \right] =
 \end{aligned}$$

$$= \sum A(f-f_0) x + \sum_{A(f-f_0), v} x + \sum_{v, A(f-f_0)} x + \sum x =$$

$$= A F A^* x + \sum x + \underbrace{\sum_{A(f-f_0), v} x}_{\substack{\text{параметры} \\ \text{совместного} \\ \text{распред. } f \text{ и } v}} + \underbrace{\sum_{v, A(f-f_0)} x}_{\substack{\text{параметры} \\ \text{маргинальных} \\ \text{распред. } f \text{ и } v}}$$

A, f_0, F, Σ известны

Предположим, что f и v независимы.

$$\text{Тогда } \sum A(t-t_0), v = 0 \quad \sum v, A(t-t_0) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \varphi_z = AFA^* + \Sigma \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \hat{f} = f_0 + \varphi_{f_0} (AFA^* + \Sigma)^{-1} (z - Af_0)$$

$$\varphi_{f_0} x = E \left((f - f_0) (z - z_0, x) \right) = E \left((f - f_0) (Af + v - Af_0, x) \right) =$$

$$= E \left((f - f_0) (A(f - f_0) + v, x) \right) = E \left[(f - f_0) (A(f - f_0), x) + (f - f_0) (v, x) \right] =$$

$$= E \left((f - f_0) (f - f_0, A^* x) \right) + \underbrace{\varphi_{f_0 v}}_0 x = FA^* x \Rightarrow \varphi_{f_0} = FA^* \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \hat{f} = f_0 + FA^* (AFA^* + \Sigma)^{-1} (z - Af_0)$$