

Кросс корреляционная операция сдв. левого z и y

$$\sum_z x = \mathbb{E}_z(z, x)$$

$$\sum_{zy} x \stackrel{\text{def}}{=} \mathbb{E}_z(y, x)$$

$z: \Omega \Rightarrow \mathcal{L}_n$ правые n -ба, $y: \Omega \Rightarrow \mathcal{L}_m$ левые m -ба.

$$\sum_{yz} y = \mathbb{E}_y(z, y)$$

$$\begin{aligned} (\sum_{zy} x, y) &= (\mathbb{E}_z(y, x), y) = \mathbb{E}(z(y, x), y) = \mathbb{E}((z, y)(y, x)) \\ (x, \sum_{yz} y) &= (x, \mathbb{E}_y(z, y)) = \mathbb{E}(x, y(z, y)) = \mathbb{E}((z, y)(y, x)) \end{aligned} \quad \Rightarrow \sum_{zy}^* = \sum_{yz}$$

$$\|z\|^2 = E(z, z) = \text{tr} \Sigma_z$$

$A: \mathcal{R}_m \rightarrow \mathcal{R}_n$ — линейный оператор.

$$(z, Ay) \quad \{ \cup \quad Ay \in \mathcal{R}_n \quad \{ \cup \quad Ay: \Omega \rightarrow \mathcal{R}_n$$

$E(z, Ay)$ Пусть $e_1, \dots, e_n$ — ОНБ $\mathcal{R}_n$

$$(z, Ay) = \sum_{i=1}^n (z, e_i) (Ay, e_i)$$

$$E(z, Ay) = E \sum_{i=1}^n (z, e_i) (Ay, e_i) = \sum_{i=1}^n E(z, e_i) (Ay, e_i) =$$

$$= \sum_{i=1}^n E(z, e_i) (y, A^* e_i) = \sum_{i=1}^n E(z, (y, A^* e_i), e_i) = \sum_{i=1}^n (E_z(y, A^* e_i), e_i) =$$

$$= \sum_{i=1}^n (\sum_{z \in \Omega} A^* e_i, e_i) = \text{tr} \sum_{z \in \Omega} A^*$$

Результат:

$$E(z, Ay) =$$

$$= \text{tr} \sum_{z \in \Omega} A^*$$

$$z: \Omega \rightarrow \mathbb{R}_n$$

$$A: \mathbb{R}_n \rightarrow \mathbb{R}_m$$

$$\Sigma_z = \Sigma_{\{z\}}$$

$$\Sigma_z - \text{cyl.}$$

$$\Sigma_{A\{z\}} = ?$$

$$\Sigma_{A\{z\}} x = \mathbb{E} A\{z\} (\overbrace{A\{z\}}^A, x) = \mathbb{E} A\{z\} (z, A^* x) = A \mathbb{E}_{\{z\}} (z, A^* x) = A \Sigma_{\{z\}} A^* x \quad \forall x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\Sigma_{A\{z\}} = A \Sigma_{\{z\}} A^*}$$

?

$$\Sigma_{A\{z\}, B\{y\}} x = \mathbb{E} A\{z\} (B\{y\}, x) = A \mathbb{E}_{\{z\}} (y, B^* x) = A \Sigma_{\{z\}, y} B^* x \quad \forall x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\Sigma_{A\{z\}, B\{y\}} = A \Sigma_{\{z\}, y} B^*}$$

$$\mathbb{E}(z+y) \stackrel{?}{=} \mathbb{E}z + \mathbb{E}y$$

$$(\mathbb{E}(z+y), e) \stackrel{\text{def}}{=} \mathbb{E}(z+y, e) = \mathbb{E}((z, e) + (y, e)) = \mathbb{E}(z, e) + \mathbb{E}(y, e) =$$

$$\stackrel{\text{def}}{=} (\mathbb{E}z, e) + (\mathbb{E}y, e) = (\mathbb{E}z + \mathbb{E}y, e) \quad \forall e \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\mathbb{E}(z+y) = \mathbb{E}z + \mathbb{E}y}$$

Задача о центральном предельном распределении

$$N(0, 1) \neq N(10, 20)$$

$\{P_z(\cdot | f), f \in \Phi\}$ — задан класс распределений случайного элемента $\{$
[величина
вектор

$$P_z(A | f) \stackrel{\text{def}}{=} P(\{\omega : z(\omega) \in A\})$$

P_z — распределение случайного элемента $\}$

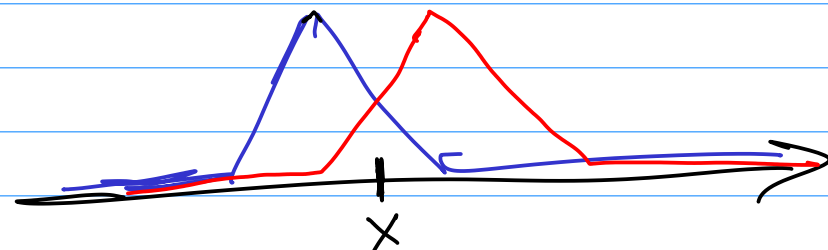
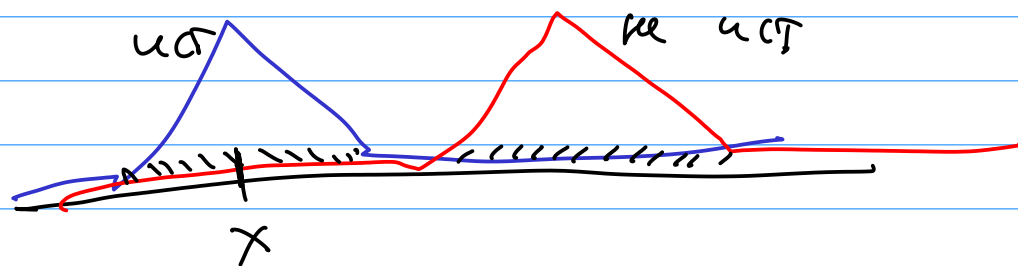
База $z: \Omega \rightarrow X$ $(X, A, \{P_z(\cdot | f), f \in \Phi\})$ —
статистическая структура.

Результате X случайного эксперимента

Описательная статистика случайной величины — это вектор.
Наблюдение результатов случайного вектора.

Требуется по функции $(X, A, \{P_z(\cdot | f), f \in \Phi\})$ и $x \in X$
найти $f_{ист}$, при котором $P_z(\cdot | f_{ист})$ — это распределение
случ. элемента z .

Только найти $f_{ист}$ невозможно, вообще говоря.



Имеется оценка $\hat{f} = \hat{f}(x)$
 $\hat{f}(x) \neq f_{\text{ист}}$ — бодуше зов-ре

$\mathbb{E} \hat{f}(x) = f_{\text{ист}}$ — несмещенность

$l(\hat{f}(x), f_{\text{ист}})$ — потеря от использования оценки $\hat{f}(x)$
вместо истинного $f_{\text{ист}}$

$l(\cdot, \cdot) : \mathcal{F} \times \mathcal{F} \rightarrow \mathbb{R}$ — функция потерь

Для чисел $l(a, b) = |a - b|$
 $l(a, b) = (a - b)^2$

Для векторов $l(a, b) = \|a - b\|^2$ — квадрат разности
 $l(\hat{f}(x), f_{\text{ист}}) = \|\hat{f}(x) - f_{\text{ист}}\|^2$ — квадрат отклонения $\hat{f}(x)$ от $f_{\text{ист}}$.

$$l(\hat{f}(x), f_{\text{test}}) \quad \text{нужно}$$

$$\uparrow \hat{f}(x) = ?$$

$$\|\hat{f}(x) - f_{\text{test}}\|^2 \sim \min_{\hat{f}(x)} \quad \text{— минимизация ошибки}$$

$$\hat{f}(x) = f_{\text{test}}$$

$\xi_{\text{ан}}$ f_{test} нужно , ∞ ошибка нужно ошибка нужно
 расхождение ошибка нужно ошибка f_{test}