

Продолжение рел. теоремы. Пусть $V_g \subset V_f$. Докажем, что $g \preceq f$.

Имеем: $\forall h \in V_g \Rightarrow h \in V_f$

$\forall h \in V_g \stackrel{\text{def}}{\Leftrightarrow} \exists \Phi: R \rightarrow R: h = \Phi \circ g$

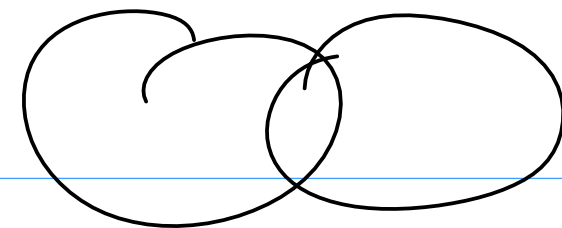
И, наоборот, $h \in V_f \stackrel{\text{def}}{\Leftrightarrow} \exists \Phi': R \rightarrow R: h = \Phi' \circ f$.

Объясню, что $g \in V_f$ ($\Phi(c) = c \Rightarrow \Phi \circ g = g$)

возмёт и возьмёт h из V_f , тогда $g \in V_f \iff \exists \Phi$ и h из V_f по определению, что $g \preceq f$.

т.т.р.

Умно: $g \leq f \Leftrightarrow V_g \subset V_f$



засовный порядок

Влеще отношение $\sim$ — эквивалентность по форме;

$$g \sim f \Leftrightarrow g \leq f \text{ и } f \leq g$$

Предпорядок — транзитивное отношение.

$$\text{из } g \leq f \text{ и } f \leq h \Rightarrow g \leq h$$

То действительно так:

$$g \leq f \text{ и } f \leq h \stackrel{?}{\Rightarrow} g \leq h$$

$$\Leftrightarrow V_g \subset V_f \text{ и } V_f \subset V_h \Rightarrow V_g \subset V_h$$

$$g \sim f \Leftrightarrow V_g \subset V_f \text{ и } V_f \subset V_g \Leftrightarrow V_g = V_f$$

Совпадение

Эквивалентность
изображения могут быть
разными

Решётка — это множество с заданным порядком, в котором $\forall$ $\exists \sup$ и $\inf$.

Множество всех подмножеств с заданным порядком $\subseteq$ — это решётка.

$\sup(A, B) \stackrel{\text{def}}{=} \text{минимальный элемент, который не меньше } A \text{ и } B$

$$\sup(A, B) \supseteq A, B$$

$$\forall C \supseteq A, B \rightarrow \sup(A, B) \subseteq C$$

$\sup(A, B)$ — наименьшее по включению множество, включающее A и B .
Легко показать, что в том конкретном примере с множествами $\sup(A, B) = A \cup B$.

$\inf(A, B)$ — наименьший элемент, который не больше A и B .

$$\inf(A, B) \subset A, B$$

$$\forall C \subset A, B \Rightarrow \inf(A, B) \supset C.$$

Если верно, то $\inf(A, B) = A \cap B$.

В логике множество всех форм выражений является решеткой с отношением порядка $\subset$ и алгебр. операциями $\cup$ и $\cap$.

$$g \leq f \Leftrightarrow V_g \subset V_f$$

Относ. операции $\sim$ можно ввести классы эквивалентности (множество эквивал. элементов — выражений).
Функция — множество $L^2_\mu(X) \setminus \sim$ — множество классов эквивал.

$$(\mathcal{L}_\mu(\bar{X}), \preceq, \sim)$$

$$(\{V_f, f \in \mathcal{L}_\mu(\bar{X})\}, \subset, \cup, \cap)$$

реализуема.

$\sum_{\text{св}}$

максимальный

и минимальный элемент.

$\sum_{\text{св}}$

$$\mathcal{L}_\mu(\bar{X}) - \text{макс.}$$

, то

$$\exists z \in \mathcal{L}_\mu(\bar{X}) : \mathcal{L}_\mu(\bar{X}) = V_z \quad z = ?$$

z — у каждого линейного

доказательство;

$$z(x') \neq z(x''), x' \neq x''$$

$$\forall f \in \mathcal{L}_\mu(\bar{X}) \Rightarrow$$

$$V_f \subset \mathcal{L}_\mu(\bar{X}) = V_z$$

$$f \preceq z$$

Можно

форм.

субр.

Каждый класс эквивал. является множеством

субр., эквивалентных какому-то выражению.

$$g \sim f \Leftrightarrow g \preceq f, f \preceq g$$

$\forall$ элемент
до которого

$$\mathcal{L}_\mu(\bar{X}) \setminus \sim$$

можно задать

субр.

любой класс эквивал.

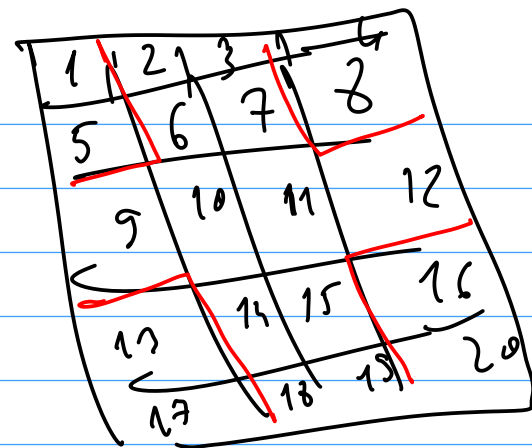
Зсн функционально-операторное соответствие между классом эквивалентности $y \in L_p(\bar{X})$ и формой V_f ;

— По классу эквивал. можно построить форму V_f $\forall f$ из класса эквивал.
 Т.к. все упр-е в классе эквивал. эквивалентны по форме, то V_f не зависит от выбора f из этого класса.

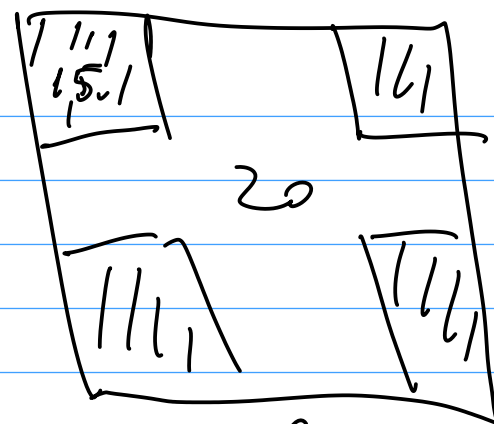
— По форме V_f можно построить класс эквив.
 Данное сложное по форме упр-е из V_f — это f или какое-то эквивалентное ему упр-е.

$$V_f = \{g : g \preceq f\} = \{g : g = \Phi \circ f, \Phi: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}\} = \{\Phi \circ f, \Phi: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}\}$$

т. к. данному сложному $\in V_f$ упр-е можно построить класс эквивалентности.

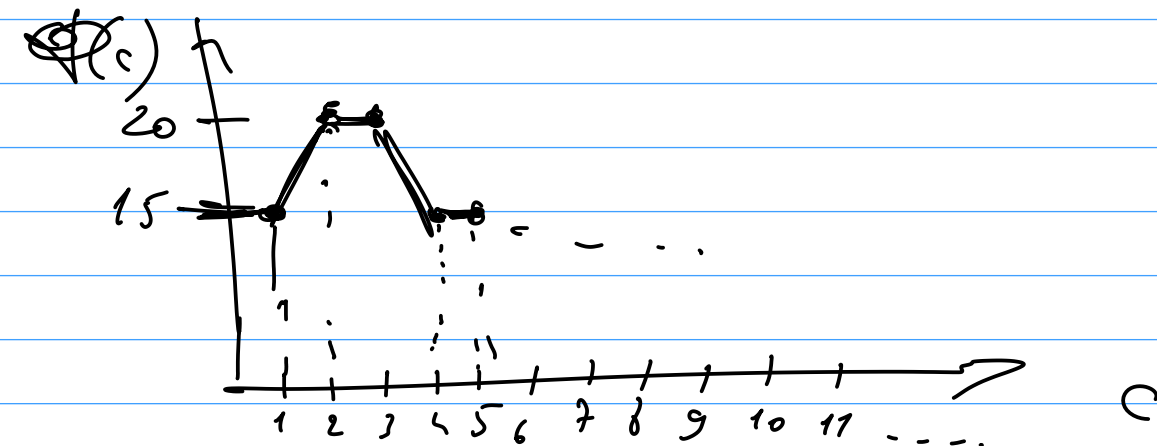


Z



f

$$Z \ni f = \phi \circ Z \Leftrightarrow f \in \hat{V}_Z$$



$(\{V_f, f \in Z^p(X)\}, \subset, \cup, \cap)$ — решётка.

Мин. элемент: $Z^p(X) = V_Z$

Макс. элемент? — форма упр. формулы

$$\chi_X = 1 \quad \forall x \in X$$

$$V_{\chi_X} = V_0 \quad \text{— мин. элемент.}$$

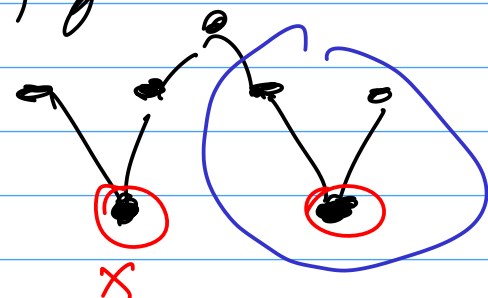
$$V_0 \subset V_f \quad \forall f \quad \chi_X = \phi \circ f$$

$$\phi(c) = 1$$

Основное понятие:

— элемент, коб. не превосходит остальные

(— элемент, где коб. не $\geq$ элементов меньше него



— те элементы, с которыми X
не сравни $\Rightarrow X$ не удов.
1-ому определению.