

Задания по курсу теории ИВС

Задача 1

Реализовать программно действие псевдообратного оператора $A^-y = \lim_{\omega \rightarrow +0} \arg \min_x \left(\|Ax - y\|^2 + \omega \|x\|^2 \right)$, решая задачу на поиск минимума методом градиентного спуска. Продемонстрировать работоспособность решения и объяснить результаты. Сравнить с поиском псевдообратного оператора через пакетные функции (`np.linalg.pinv`, например).

Операторы:

1. Конечно-разностный оператор $A_h : R_n \rightarrow R_{n-1}$, аппроксимирующий первую производную.
2. Конечно-разностный оператор $A_h : R_n \rightarrow R_{n-2}$, аппроксимирующий вторую производную
3. Конечно-разностный оператор $A_h : R_n \rightarrow R_{n-2}$, аппроксимирующий оператор

$$\frac{d^2}{dx^2}(\cdot) + \frac{kx^2}{2}(\cdot)$$

Способы нахождения градиента:

1. Вычислить градиент по x от выражения под `min` аналитически.
2. Воспользоваться библиотеками для авто дифференцирования `pytorch`, `tensorflow`, ...

Варианты: комбинация оператора A (1-3) и способа нахождения градиента (1-2) $\Rightarrow$ 6 вариантов.

Не более 2х человек на вариант (пока есть слоты на другие задания, иначе можно 3).

Задача 2

Реализовать программно действие оператора A^* , имея оператор A (его действие на любой элемент ЛП), не прибегая к применению транспонирования матрицы оператора A . **Варианты операторов A :**

1. Конечно-разностный оператор $A_h : R_n \rightarrow R_{n-1}$, аппроксимирующий первую производную.
2. Оператор $A : P_n \rightarrow P_{n-1}$ первой производной, действующий в пространстве P_n полиномов степени не больше $n + 1$ определенных на отрезке $[-1, 1]$

1 человек на вариант (итого 2 человека на задание)

Задача 3

Реализовать программно алгоритм нахождения СЗ и СВ итерационным методом для операторов с действительными СЗ (придумать самим, можно задать оператор матрицей). Проверить корректность его работы и сравнить с "пакетными методами"(`numpy.linalg.eig, ...`)

1 человек на задание

Задача 4

Реализовать программно алгоритм нахождения максимального по модулю СЗ и соответствующего СВ итерационным методом для оператора, матрица которого является большой и разреженной в некотором базисе, эффективно используя разреженность. Проверить корректность его работы и сравнить с "пакетными методами"(`numpy.linalg.eig, ...`).

1 человек на задание