

Использование качественной субъективной информации в виде «мягких» неравенств при оценке состава инвестиционного портфеля

Ашарин Влад Викторович^{1*}

asharin.vlad@gmail.com

*Шапошник Григорий Леонидович*¹

shaposhnik_grigorii@mail.ru

*Фадеев Егор Павлович*¹

fadeevegor@yandex.ru

*Зубюк Андрей Владимирович*¹

zubuk@compd2.phys.msu.ru

¹Москва, МГУ имени М.В.Ломоносова, физический факультет

Часто инвестиционные компании, являющиеся финансовыми посредниками между инвесторами и биржевым рынком, предлагают диверсифицировать (распределить) средства по биржевым активам, вместо того, чтобы вложить все средства в один единственный актив, даже если его ожидаемая доходность велика. Диверсификация позволяет снизить возможные риски при минимальном уменьшении доходности. Таким образом, формируется *инвестиционный портфель*, который можно описать совокупностью *бета-коэффициентов* $\beta_1, \dots, \beta_n$, где n — общее количество биржевых активов, а β_i — доля средств, вложенный в i -ый актив, $\beta_i \geq 0$, $\sum_{i=1}^n \beta_i = 1$. Администраторы портфеля, однако, рассматривают его структуру $\beta_1, \dots, \beta_n$ как свою коммерческую тайну. Как правило, инвестиционные компании обязаны предоставлять информацию о *доходности инвестиционного портфеля* d в течение отчетного периода, которых обычно несколько за все время функционирования портфеля. В свою очередь доходность каждой ценной бумаги на мировом фондовом рынке x_i находится в открытом доступе в течение всего периода торговли. Используя эту информацию, можно оценить состав портфеля.

Таким образом, для оценки значений β -коэффициентов необходимо решить следующую систему уравнений:

$$\sum_{i=1}^n \beta_i x_i = d, \quad \sum_{i=1}^n \beta_i = 1, \quad \beta_i \geq 0, \quad (1)$$

которая, как мы видим, недоопределена (количество уравнений меньше, чем количество переменных).

Эта система имеет бесконечно много решений.

Для того, чтобы конкретизировать решение, в настоящей работе предлагается принять во внимание субъективные суждения стороннего финансового эксперта о том, в какие именно активы в большей или меньшей степени могла вложить средства та или иная инвестиционная компания. Такие суждения предлагается выражать на языке «мягких» неравенств вида $\beta_{i_k} \gtrsim \beta_{j_k}$, $k = 1, \dots, r$. «Мягкое» неравенство $\beta_{i_k} \gtrsim \beta_{j_k}$ можно читать как « β_{i_k} скорее всего превосходит β_{j_k} », оно означает, что эксперту портфели, для которых $\beta_{i_k} \geq \beta_{j_k}$, кажутся субъективно более правдоподобными, более предпочтительными, чем портфели, для которых $\beta_{i_k} \leq \beta_{j_k}$.

Математически «мягкое» неравенство в настоящей работе предлагается определить как нечёткое бинарное отношение действительных чисел, т.е. как нечёткое подмножество плоскости $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$. Согласно теории возможностей в варианте Ю.П. Пытьева математической моделью такого нечёткого множества является распределение возможности $\pi_{\gtrsim} : 2^{\mathbb{R} \times \mathbb{R}} \rightarrow [0, 1]$, заданное на множестве $2^{\mathbb{R} \times \mathbb{R}}$ всех подмножеств плоскости $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

В работе исследовано понятие нечёткого неравенства, отвечающее следующим условиям:

1. чем больше разность $a - b$ действительных чисел a и b , тем больше возможность $\pi_{\gtrsim}(R)$ того, что реализация $R \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ исследуемого нечёткого бинарного отношения накрывает упорядоченную пару чисел (a, b) ,
2. если реализация R накрыла пару (a, b) , то она накрыла и все пары (a', b') , для которых $a' \geq a$ и $b \geq b'$.

Показано, что задача поиска наиболее возможных портфелей (являющихся наиболее правдоподобными по субъективному мнению эксперта) среди всех решений задачи (1) может быть сведена к задаче линейного программирования:

$$\begin{cases} z \rightarrow \max \\ z \leq \beta_{i_k} - \beta_{j_k}, & k = 1, \dots, r, \\ \sum_{i=1}^n \beta_i x_i = d, & \sum_{i=1}^n \beta_i = 1, \quad \beta_i \geq 0. \end{cases} \quad (2)$$

Проведено исследование предложенного метода.

Работа поддержана грантом РФФИ №18-07-00424.